

# SUDOKU - ratkaisuohteet

Jarno Tuimala

18.9.2005

# Japanilainen sudoku

- Seuraavassa on esitetty ohjeet japanilaistyyppisten sudoku-ristikoiden ratkointaan. Japanilaisia ristikoita luonnehtivat seuraavat piirteet:
  - Ristikko voidaan ratkaista loogisella päättelyllä, arvaamista ei tarvita.
  - Ristikolle on olemassa vain yksi ainoa oikea ratkaisu.

# Sudokussa on vain yksi sääntö!

- Jokaiseen ruudukon pysty- ja vaakariviin sekä 3X3 solun muodostamaan ryhmään tulee sijoittaa luvut 1-9 tismalleen yhden kerran.



# Ratkaisuohjeet

- Seuraavassa ratkaisuohjeet on jaoteltu kolmeen luokkaan, helppojen, keskivaikeiden ja vaikeiden ristikoiden ratkointaan tarkoitettuihin menetelmiin.
- Helppoja menetelmiä käyttäen ratkeavat useimmat helpot ristikot, mutta keskivaikeita ratkottaessa tarvitaan sekä helppoja että keskivaikeita menetelmiä. Vaikeiden ristikoiden ratkonnassa menetelmävalikoimaa tarvinnnee täydentää vielä vaikeiden ristikoiden ratkontamenetelmillä.
- Esiteltävät menetelmät ovat seuraavat
  - Helpot
    - Poissuljentamenetelmä
    - Rajausmenetelmä
  - Keskivaikeat
    - Orvot
    - Piilo-orvot
    - Lukitut luvut
    - Pelkkä pari
  - Vaikeat
    - Piilopari
    - Pelkkä kolmikko
    - Pelkkä nelikko

# Helppojen ristikoiden ratkonta

# Helpot ristikot

- Helppojen ristikoiden ratkonta onnistuu usein kahta yksinkertaista menetelmää soveltaen:
  - Poissulkumenetelmä
  - Rajausmenetelmä
- Seuraavassa esitetään molemmat menetelmät lyhyesti muutamien esimerkkien avulla.



















# Tiivistelmä

- Tarkastele numero kerrallaan kutakin vaaka- ja pystyriviä sekä 3X3-soluryhmiä. Täytä sopivat numerot poissulkumenetelmällä sopiviin soluihin.
- Tarkastele tämän jälkeen kutakin vaaka- ja pystyriviä kerrallaan. Tutki mitkä numerot sille voidaan sijoittaa, ja täytä solut rajausmenetelmällä.

# Keskivaikeiden ristikoiden ratkonta



# Keskivaikeat ristikot

- Keskivaikeiden ristikoiden ratkaiseminen perustuu siihen, että kuhunkin ristikon soluun täytetään kaikki numeromahdollisuudet, jotka soluun voidaan sijoittaa.
- Esimerkiksi keltaisella korostettuun soluun voidaan sijoittaa vain numero 8, sillä solun läpi kulkevat pysty- ja vaakarivit estävät muiden numeroiden sijoittamisen soluun. Samaan tapaan poissulku- ja rajausmenetelmiä käyttäen voidaan päätellä, mitkä luvut kussakin solussa ovat mahdollisia. Pieni käsiala ja huolellisuus ovat tässä tarpeen!

4	<sup>2 3</sup> 6 8 9	<sup>3</sup> 6 7 8 9	<sup>5 3</sup> 7	<sup>3</sup> 6 7 8	5 8	<sup>2 3</sup> 7 8 9	<sup>2 3</sup> 7 8 9	1
<sup>2</sup> 7	<sup>1 2 3</sup> 8	<sup>1 3</sup> 7 8	4	<sup>3</sup> 7 8	9	5	<sup>2 3</sup> 7 8	6
<sup>7 6</sup> 7	5	<sup>3</sup> 6 7 8 9	2	1	8	<sup>3</sup> 4 7 8 9	<sup>3</sup> 7 8 9	<sup>4</sup> 8
3	<sup>6</sup> 8	<sup>5 6</sup> 8	9	2	7	1	4	<sup>5</sup> 8
1	<sup>2</sup> 4 8 9	<sup>4</sup> 8 9	6	5	3	<sup>2</sup> 8 9	<sup>2</sup> 8 9	7
<sup>2 5 6</sup> 7	7	<sup>5 6</sup> 9	8	4	1	<sup>2 6</sup> 9	<sup>2 5 6</sup> 9	3
<sup>5</sup> 7	<sup>4 3</sup> 7	<sup>4 5 3</sup> 7	<sup>5 3</sup> 7	9	6	<sup>4 3</sup> 7 8	1	2
9	<sup>4 3</sup> 4 6	2	1	<sup>3</sup> 7 8	<sup>4 5</sup> 8	<sup>4 3</sup> 4 6 7 8	<sup>3</sup> 5 6 7 8	<sup>4 5</sup> 8
8	<sup>1 3</sup> 4 6	<sup>1 3</sup> 4 5 6 7	<sup>5 3</sup> 7	<sup>3</sup> 7	<sup>2</sup> 4 5	<sup>3</sup> 4 6 7	<sup>3</sup> 5 6 7	9

# Orvot

- Tarkastellaan keltaisella korostettua solua. Soluun on merkitty vain yksi ainoa luku (8). Tällaista solua voidaan kutsua orvoksi, ja siihen sijoitettava numero on välittömästi selvillä, koska mitään muita vaihtoehtoja ei ole.
- Orvot kannattaa etsiä heti sen jälkeen, kun soluihin on merkitty kaikki niissä mahdolliset luvut.
- Kun korostettuun soluun merkitään luku 8, poistetaan muut numeron 8 merkinnät samalta pysty- ja vaakariviltä sekä samasta 3X3-soluryhmästä.

4	$\begin{matrix} 2 & 3 \\ 6 & 8 \\ 8 & 9 \end{matrix}$	$\begin{matrix} 3 \\ 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{matrix}$	$\begin{matrix} 5 & 3 \\ 7 & 5 \end{matrix}$	$\begin{matrix} 3 \\ 6 \\ 7 & 8 \end{matrix}$	5	$\begin{matrix} 2 & 3 \\ 7 & 8 & 9 \end{matrix}$	$\begin{matrix} 2 & 3 \\ 7 & 8 & 9 \end{matrix}$	1
$\begin{matrix} 2 \\ 7 \end{matrix}$	$\begin{matrix} 1 & 2 & 3 \\ 8 \end{matrix}$	$\begin{matrix} 1 & 3 \\ 7 & 8 \end{matrix}$	4	$\begin{matrix} 3 \\ 7 & 8 \end{matrix}$	9	5	$\begin{matrix} 2 & 3 \\ 7 & 8 \end{matrix}$	6
$\begin{matrix} 7 & 6 \\ 7 \end{matrix}$	5	$\begin{matrix} 3 \\ 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{matrix}$	2	1	8	$\begin{matrix} 3 \\ 4 & 7 & 8 & 9 \end{matrix}$	$\begin{matrix} 3 \\ 7 & 8 & 9 \end{matrix}$	$\begin{matrix} 4 \\ 8 \end{matrix}$
3	$\begin{matrix} 6 \\ 8 \end{matrix}$	$\begin{matrix} 5 & 6 \\ 8 \end{matrix}$	9	2	7	1	4	$\begin{matrix} 5 \\ 8 \end{matrix}$
1	$\begin{matrix} 2 \\ 4 & 8 & 9 \end{matrix}$	$\begin{matrix} 4 \\ 8 & 9 \end{matrix}$	6	5	3	$\begin{matrix} 2 \\ 8 & 9 \end{matrix}$	$\begin{matrix} 2 \\ 8 & 9 \end{matrix}$	7
$\begin{matrix} 2 & 5 & 6 \\ 5 & 6 \end{matrix}$	7	$\begin{matrix} 5 & 6 \\ 9 \end{matrix}$	8	4	1	$\begin{matrix} 2 & 6 \\ 9 \end{matrix}$	$\begin{matrix} 2 & 5 & 6 \\ 9 \end{matrix}$	3
$\begin{matrix} 5 \\ 7 \end{matrix}$	$\begin{matrix} 4 & 3 \\ 4 & 5 & 7 \end{matrix}$	$\begin{matrix} 4 & 5 & 3 \\ 7 \end{matrix}$	$\begin{matrix} 5 & 3 \\ 7 & 5 \end{matrix}$	9	6	$\begin{matrix} 4 & 3 \\ 7 & 8 \end{matrix}$	1	2
9	$\begin{matrix} 4 & 3 \\ 4 & 6 \end{matrix}$	2	1	$\begin{matrix} 3 \\ 7 & 8 \end{matrix}$	$\begin{matrix} 4 & 5 \\ 8 \end{matrix}$	$\begin{matrix} 4 & 3 \\ 4 & 6 \\ 7 & 8 \end{matrix}$	$\begin{matrix} 3 \\ 5 & 6 \\ 7 & 8 \end{matrix}$	$\begin{matrix} 4 & 5 \\ 8 \end{matrix}$
8	$\begin{matrix} 1 & 3 \\ 4 & 6 \end{matrix}$	$\begin{matrix} 1 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 \end{matrix}$	$\begin{matrix} 5 & 3 \\ 7 & 5 \end{matrix}$	$\begin{matrix} 3 \\ 7 \end{matrix}$	$\begin{matrix} 2 \\ 4 & 5 \end{matrix}$	$\begin{matrix} 3 \\ 4 & 6 \\ 7 \end{matrix}$	$\begin{matrix} 3 \\ 5 & 6 \\ 7 \end{matrix}$	9

# Orvot

- Täytetty ristikko näyttää nyt seuraavalta.

4	$\begin{matrix} 2 & 3 \\ 6 & 8 \\ 8 & 9 \end{matrix}$	$\begin{matrix} 3 \\ 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{matrix}$	$\begin{matrix} 5 & 3 \\ 7 & 7 \end{matrix}$	$\begin{matrix} 3 \\ 6 \end{matrix}$	5	$\begin{matrix} 2 & 3 \\ 7 & 8 & 9 \end{matrix}$	$\begin{matrix} 2 & 3 \\ 7 & 8 & 9 \end{matrix}$	1
$\begin{matrix} 2 \\ 7 \end{matrix}$	$\begin{matrix} 1 & 2 & 3 \\ 8 \end{matrix}$	$\begin{matrix} 1 & 3 \\ 7 & 8 \end{matrix}$	4	$\begin{matrix} 3 \\ 7 \end{matrix}$	9	5	$\begin{matrix} 2 & 3 \\ 7 & 8 \end{matrix}$	6
$\begin{matrix} 7 & 6 \\ 7 \end{matrix}$	5	$\begin{matrix} 3 \\ 6 \\ 7 & 9 \end{matrix}$	2	1	8	$\begin{matrix} 4 & 3 \\ 7 & 9 \end{matrix}$	$\begin{matrix} 3 \\ 7 & 9 \end{matrix}$	4
3	$\begin{matrix} 6 \\ 8 \end{matrix}$	$\begin{matrix} 5 & 6 \\ 8 \end{matrix}$	9	2	7	1	4	$\begin{matrix} 5 \\ 8 \end{matrix}$
1	$\begin{matrix} 2 \\ 4 & 8 & 9 \end{matrix}$	$\begin{matrix} 4 \\ 8 & 9 \end{matrix}$	6	5	3	$\begin{matrix} 2 \\ 8 & 9 \end{matrix}$	$\begin{matrix} 2 \\ 8 & 9 \end{matrix}$	7
$\begin{matrix} 2 \\ 5 & 6 \end{matrix}$	7	$\begin{matrix} 5 & 6 \\ 9 \end{matrix}$	8	4	1	$\begin{matrix} 2 \\ 6 \\ 9 \end{matrix}$	$\begin{matrix} 2 \\ 5 & 6 \\ 9 \end{matrix}$	3
$\begin{matrix} 5 \\ 7 \end{matrix}$	$\begin{matrix} 4 & 3 \\ 7 \end{matrix}$	$\begin{matrix} 4 & 5 & 3 \\ 7 \end{matrix}$	$\begin{matrix} 5 & 3 \\ 7 \end{matrix}$	9	6	$\begin{matrix} 4 & 3 \\ 7 & 8 \end{matrix}$	1	2
9	$\begin{matrix} 4 & 3 \\ 4 & 6 \end{matrix}$	2	1	$\begin{matrix} 3 \\ 7 & 8 \end{matrix}$	4 5	$\begin{matrix} 4 & 3 \\ 4 & 6 \\ 7 & 8 \end{matrix}$	$\begin{matrix} 3 \\ 5 & 6 \\ 7 & 8 \end{matrix}$	$\begin{matrix} 4 & 5 \\ 8 \end{matrix}$
8	$\begin{matrix} 1 & 3 \\ 4 & 6 \end{matrix}$	$\begin{matrix} 1 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 \end{matrix}$	$\begin{matrix} 5 & 3 \\ 7 \end{matrix}$	$\begin{matrix} 3 \\ 7 \end{matrix}$	$\begin{matrix} 2 \\ 4 & 5 \end{matrix}$	$\begin{matrix} 4 & 3 \\ 7 & 6 \end{matrix}$	$\begin{matrix} 3 \\ 5 & 6 \\ 7 \end{matrix}$	9

# Orvot

- Usein käy niin, että yhden orvon poistaminen synnyttää uusia orpoja, ja niin ristikon täyttäminen etenee helposti. Tässä uudet, vastasyntyneet orvot on korostettu vihreällä, ja ennen seuraavia siirtoja ne poistetaan ensimmäisenä.

4	$\begin{matrix} 2 & 3 \\ 6 & 8 & 9 \end{matrix}$	$\begin{matrix} 3 \\ 6 & 7 & 8 & 9 \end{matrix}$	$\begin{matrix} 5 & 3 \\ 7 & 7 & 6 \end{matrix}$	5	$\begin{matrix} 2 & 3 \\ 7 & 8 & 9 \end{matrix}$	$\begin{matrix} 2 & 3 \\ 7 & 8 & 9 \end{matrix}$	1	
$\begin{matrix} 2 \\ 7 \end{matrix}$	$\begin{matrix} 1 & 2 & 3 \\ 8 \end{matrix}$	$\begin{matrix} 1 & 3 \\ 7 & 8 \end{matrix}$	4	$\begin{matrix} 3 \\ 7 \end{matrix}$	9	5	$\begin{matrix} 2 & 3 \\ 7 & 8 \end{matrix}$	6
$\begin{matrix} 7 & 6 \\ 7 \end{matrix}$	5	$\begin{matrix} 3 \\ 6 & 7 & 9 \end{matrix}$	2	1	8	$\begin{matrix} 4 & 3 \\ 7 & 9 \end{matrix}$	$\begin{matrix} 3 \\ 7 & 9 \end{matrix}$	4
3	$\begin{matrix} 6 \\ 8 \end{matrix}$	$\begin{matrix} 5 & 6 \\ 8 \end{matrix}$	9	2	7	1	4	$\begin{matrix} 5 \\ 8 \end{matrix}$
1	$\begin{matrix} 2 \\ 4 & 8 & 9 \end{matrix}$	$\begin{matrix} 4 \\ 8 & 9 \end{matrix}$	6	5	3	$\begin{matrix} 2 \\ 8 & 9 \end{matrix}$	$\begin{matrix} 2 \\ 8 & 9 \end{matrix}$	7
$\begin{matrix} 2 \\ 5 & 6 \end{matrix}$	7	$\begin{matrix} 5 & 6 \\ 9 \end{matrix}$	8	4	1	$\begin{matrix} 2 \\ 6 & 9 \end{matrix}$	$\begin{matrix} 2 \\ 5 & 6 & 9 \end{matrix}$	3
$\begin{matrix} 5 \\ 7 \end{matrix}$	$\begin{matrix} 4 & 3 \\ 7 \end{matrix}$	$\begin{matrix} 4 & 5 & 3 \\ 7 \end{matrix}$	$\begin{matrix} 5 & 3 \\ 7 \end{matrix}$	9	6	$\begin{matrix} 4 & 3 \\ 7 & 8 \end{matrix}$	1	2
9	$\begin{matrix} 4 & 3 \\ 4 & 6 \end{matrix}$	2	1	$\begin{matrix} 3 \\ 7 & 8 \end{matrix}$	4 5	$\begin{matrix} 4 & 3 \\ 4 & 6 & 7 & 8 \end{matrix}$	$\begin{matrix} 3 \\ 5 & 6 & 7 & 8 \end{matrix}$	$\begin{matrix} 4 & 5 \\ 8 \end{matrix}$
8	$\begin{matrix} 1 & 3 \\ 4 & 6 \end{matrix}$	$\begin{matrix} 1 & 3 \\ 4 & 5 & 6 & 7 \end{matrix}$	$\begin{matrix} 5 & 3 \\ 7 \end{matrix}$	$\begin{matrix} 3 \\ 7 \end{matrix}$	$\begin{matrix} 2 \\ 4 & 5 \end{matrix}$	$\begin{matrix} 4 & 3 \\ 7 & 6 \end{matrix}$	$\begin{matrix} 3 \\ 5 & 6 & 7 \end{matrix}$	9

# Orvot

- Kun kaikki syntyneet orvot on täytetty, näyttää tulos seuraavalta.

4	$\begin{matrix} 2 & 3 \\ 6 \\ 8 & 9 \end{matrix}$	$\begin{matrix} 3 \\ 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{matrix}$	$\begin{matrix} 3 \\ 7 \end{matrix}$	$\begin{matrix} 3 \\ 6 \\ 7 \end{matrix}$	5	$\begin{matrix} 2 & 3 \\ 7 & 8 & 9 \end{matrix}$	$\begin{matrix} 2 & 3 \\ 7 & 8 & 9 \end{matrix}$	1	
$\begin{matrix} 2 \\ 7 \end{matrix}$	$\begin{matrix} 1 & 2 & 3 \\ 8 \end{matrix}$	$\begin{matrix} 1 & 3 \\ 7 & 8 \end{matrix}$	4	$\begin{matrix} 3 \\ 7 \end{matrix}$	9	5	$\begin{matrix} 2 & 3 \\ 7 & 8 \end{matrix}$	6	
$\begin{matrix} 6 \\ 7 \end{matrix}$	5	$\begin{matrix} 3 \\ 6 \\ 7 & 9 \end{matrix}$	2	1	8	$\begin{matrix} 3 \\ 7 & 9 \end{matrix}$	$\begin{matrix} 3 \\ 7 & 9 \end{matrix}$	4	
3	$\begin{matrix} 6 \\ 8 \end{matrix}$	$\begin{matrix} 5 & 6 \\ 8 \end{matrix}$	9	2	7	1	4	$\begin{matrix} 5 \\ 8 \end{matrix}$	
1	$\begin{matrix} 2 \\ 4 \\ 8 & 9 \end{matrix}$	$\begin{matrix} 4 \\ 8 & 9 \end{matrix}$	6	5	3	$\begin{matrix} 2 \\ 8 & 9 \end{matrix}$	$\begin{matrix} 2 \\ 8 & 9 \end{matrix}$	7	
$\begin{matrix} 2 \\ 5 & 6 \end{matrix}$	7	$\begin{matrix} 5 & 6 \\ 9 \end{matrix}$	8	4	1	$\begin{matrix} 2 \\ 5 & 6 \\ 9 \end{matrix}$	$\begin{matrix} 2 \\ 5 & 6 \\ 9 \end{matrix}$	3	
$\begin{matrix} 5 \\ 7 \end{matrix}$	$\begin{matrix} 4 \\ 3 \\ 7 \end{matrix}$	$\begin{matrix} 4 & 5 \\ 7 \end{matrix}$	$\begin{matrix} 5 \\ 7 \end{matrix}$	$\begin{matrix} 3 \\ 9 \\ 6 \end{matrix}$	9	6	$\begin{matrix} 4 \\ 7 & 8 \end{matrix}$	1	2
9	$\begin{matrix} 3 \\ 6 \end{matrix}$	2	1	$\begin{matrix} 3 \\ 7 & 8 \end{matrix}$	4	$\begin{matrix} 3 \\ 7 & 8 \end{matrix}$	$\begin{matrix} 3 \\ 5 & 6 \\ 7 & 8 \end{matrix}$	$\begin{matrix} 5 \\ 8 \end{matrix}$	
8	$\begin{matrix} 1 & 3 \\ 4 & 6 \end{matrix}$	$\begin{matrix} 1 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 \end{matrix}$	$\begin{matrix} 5 \\ 7 \end{matrix}$	$\begin{matrix} 3 \\ 7 \end{matrix}$	2	$\begin{matrix} 3 \\ 4 & 6 \\ 7 \end{matrix}$	$\begin{matrix} 3 \\ 5 & 6 \\ 7 \end{matrix}$	9	

# Piilo-orvot

- Toisinaan orpojen havaitseminen ei ole aivan yksinkertaista, sillä ne voivat piiloutua muiden lukujen joukkoon. Esimerkiksi keltaisella korostetussa solussa sijaitsee numero 8. Kyseinen solu on ainoa koko 3X3-ryhmässä, jossa numero 8 esiintyy, joten numeron 8 täytyy sijaita tässä solussa. Koska numero ei esiinny solussa yksinään, vaan muiden numeroiden kanssa, on sen havaitseminen tavallisia orpoja vaikeampaa, ja siksi tällaisia numeroita kutsutaankin piilo-orvoiksi.
- Piilo-orvot kannattaa poistaa ristikosta aina heti orpojen jälkeen.

4	$\begin{matrix} 2 & 3 \\ 6 & \\ 8 & 9 \end{matrix}$	$\begin{matrix} 3 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{matrix}$	$\begin{matrix} 3 \\ 7 \end{matrix}$	$\begin{matrix} 3 & 6 \\ 7 \end{matrix}$	5	$\begin{matrix} 2 & 3 \\ 7 & 8 & 9 \end{matrix}$	$\begin{matrix} 2 & 3 \\ 7 & 8 & 9 \end{matrix}$	1
$\begin{matrix} 2 \\ 7 \end{matrix}$	$\begin{matrix} 1 & 2 & 3 \\ 8 \end{matrix}$	$\begin{matrix} 1 & 3 \\ 7 & 8 \end{matrix}$	4	$\begin{matrix} 3 \\ 7 \end{matrix}$	9	5	$\begin{matrix} 2 & 3 \\ 7 & 8 \end{matrix}$	6
$\begin{matrix} 7 & 6 \\ 7 \end{matrix}$	5	$\begin{matrix} 3 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{matrix}$	2	1	8	$\begin{matrix} 3 \\ 7 & 9 \end{matrix}$	$\begin{matrix} 3 \\ 7 & 9 \end{matrix}$	4
3	$\begin{matrix} 6 \\ 8 \end{matrix}$	$\begin{matrix} 5 & 6 \\ 8 \end{matrix}$	9	2	7	1	4	$\begin{matrix} 5 \\ 8 \end{matrix}$
1	$\begin{matrix} 2 \\ 4 & 8 & 9 \end{matrix}$	$\begin{matrix} 4 \\ 8 & 9 \end{matrix}$	6	5	3	$\begin{matrix} 2 \\ 8 & 9 \end{matrix}$	$\begin{matrix} 2 \\ 8 & 9 \end{matrix}$	7
$\begin{matrix} 2 & 5 & 6 \\ 7 \end{matrix}$	7	$\begin{matrix} 5 & 6 \\ 9 \end{matrix}$	8	4	1	$\begin{matrix} 2 & 6 \\ 9 \end{matrix}$	$\begin{matrix} 2 & 5 & 6 \\ 9 \end{matrix}$	3
$\begin{matrix} 5 \\ 7 \end{matrix}$	$\begin{matrix} 4 & 3 \\ 7 \end{matrix}$	$\begin{matrix} 4 & 5 & 3 \\ 7 \end{matrix}$	$\begin{matrix} 5 & 3 \\ 7 \end{matrix}$	9	6	$\begin{matrix} 4 & 3 \\ 7 & 8 \end{matrix}$	1	2
9	$\begin{matrix} 3 & 6 \\ 7 \end{matrix}$	2	1	$\begin{matrix} 3 \\ 7 & 8 \end{matrix}$	4	$\begin{matrix} 3 & 6 \\ 7 & 8 \end{matrix}$	$\begin{matrix} 3 & 6 \\ 7 & 8 \end{matrix}$	$\begin{matrix} 5 & 6 \\ 8 \end{matrix}$
8	$\begin{matrix} 1 & 3 \\ 4 & 6 \end{matrix}$	$\begin{matrix} 1 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 \end{matrix}$	$\begin{matrix} 5 & 3 \\ 7 \end{matrix}$	$\begin{matrix} 3 \\ 7 \end{matrix}$	2	$\begin{matrix} 3 & 6 \\ 7 \end{matrix}$	$\begin{matrix} 3 & 6 \\ 7 & 8 \end{matrix}$	9

# Piilo-orvot

- Täytetty ristikko näyttää nyt seuraavalta.

4	$\begin{matrix} 2 & 3 \\ 6 \\ 8 & 9 \end{matrix}$	$\begin{matrix} 3 \\ 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{matrix}$	$\begin{matrix} 3 \\ 7 \end{matrix}$	$\begin{matrix} 3 \\ 6 \\ 7 \end{matrix}$	5	$\begin{matrix} 2 & 3 \\ 7 & 8 & 9 \end{matrix}$	$\begin{matrix} 2 & 3 \\ 7 & 8 & 9 \end{matrix}$	1	
$\begin{matrix} 2 \\ 7 \end{matrix}$	$\begin{matrix} 1 & 2 & 3 \\ 8 \end{matrix}$	$\begin{matrix} 1 & 3 \\ 7 & 8 \end{matrix}$	4	$\begin{matrix} 3 \\ 7 \end{matrix}$	9	5	$\begin{matrix} 2 & 3 \\ 7 & 8 \end{matrix}$	6	
$\begin{matrix} 6 \\ 7 \end{matrix}$	5	$\begin{matrix} 3 \\ 6 \\ 7 & 9 \end{matrix}$	2	1	8	$\begin{matrix} 3 \\ 7 & 9 \end{matrix}$	$\begin{matrix} 3 \\ 7 & 9 \end{matrix}$	4	
3	$\begin{matrix} 6 \\ 8 \end{matrix}$	$\begin{matrix} 5 & 6 \\ 8 \end{matrix}$	9	2	7	1	4	$\begin{matrix} 5 \\ 8 \end{matrix}$	
1	$\begin{matrix} 2 \\ 4 \\ 8 & 9 \end{matrix}$	$\begin{matrix} 4 \\ 8 & 9 \end{matrix}$	6	5	3	$\begin{matrix} 2 \\ 8 & 9 \end{matrix}$	$\begin{matrix} 2 \\ 8 & 9 \end{matrix}$	7	
$\begin{matrix} 2 \\ 5 & 6 \end{matrix}$	7	$\begin{matrix} 5 & 6 \\ 9 \end{matrix}$	8	4	1	$\begin{matrix} 2 \\ 6 \\ 9 \end{matrix}$	$\begin{matrix} 2 \\ 5 & 6 \\ 9 \end{matrix}$	3	
$\begin{matrix} 5 \\ 7 \end{matrix}$	$\begin{matrix} 4 \\ 3 \\ 7 \end{matrix}$	$\begin{matrix} 4 & 5 \\ 7 \end{matrix}$	$\begin{matrix} 5 \\ 7 \end{matrix}$	$\begin{matrix} 3 \\ 9 \\ 6 \end{matrix}$	9	6	$\begin{matrix} 4 \\ 7 & 8 \end{matrix}$	1	2
9	$\begin{matrix} 3 \\ 6 \end{matrix}$	2	1	8	4	$\begin{matrix} 3 \\ 7 & 6 \end{matrix}$	$\begin{matrix} 3 \\ 5 & 6 \\ 7 \end{matrix}$	5	
8	$\begin{matrix} 1 & 3 \\ 4 & 6 \end{matrix}$	$\begin{matrix} 1 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 \end{matrix}$	$\begin{matrix} 5 \\ 7 \end{matrix}$	$\begin{matrix} 3 \\ 7 \end{matrix}$	2	$\begin{matrix} 3 \\ 4 & 6 \\ 7 \end{matrix}$	$\begin{matrix} 3 \\ 5 & 6 \\ 7 \end{matrix}$	9	

# Lukitut luvut I

- Toisinaan sattuu niin, että tietyssä 3X3-ryhmässä jokin luku esiintyy vain yhdellä pysty- tai vaakarivillä. Esimerkiksi vihreällä korostetut solut sisältävät numeron 5 ainoana koko samassa 3X3-soluryhmässä. Solut sijaitsevat myös samalla rivillä. Koska numeron 5 täytyy sijaita jommassakummassa näistä soluista, voidaan muut numero 5:t poistaa samalta vaakariviltä. Poistettavat numero 5:t sisältävät solut on korostettu sinisellä.

4	<small>2 3 6 8 9</small>	<small>3 6 7 8 9</small>	<small>3 7</small>	<small>3 6 7</small>	5	<small>2 3 7 8 9</small>	<small>2 3 7 8 9</small>	1
<small>2 7</small>	<small>1 2 3 8</small>	<small>1 3 7 8</small>	4	<small>3 7</small>	9	5	<small>2 3 7 8</small>	6
<small>7 6</small>	5	<small>3 6 7 9</small>	2	1	8	<small>3 7 9</small>	<small>3 7 9</small>	4
3	<small>6 8</small>	<small>5 6 8</small>	9	2	7	1	4	<small>8</small>
1	<small>2 4 8 9</small>	<small>4 8 9</small>	6	5	3	<small>2 8 9</small>	<small>2 8 9</small>	7
<small>2 5 6</small>	7	<small>5 6 9</small>	8	4	1	<small>2 5 6 9</small>	<small>2 5 6 9</small>	3
<small>5 7</small>	<small>4 3 7</small>	<small>4 5 3 7</small>	<small>5 3 7</small>	9	6	<small>4 3 7 8</small>	1	2
9	<small>3 6</small>	2	1	8	4	<small>3 7 6</small>	<small>3 7 5 6</small>	5
8	<small>1 3 4 6</small>	<small>1 3 4 5 6 7</small>	<small>5 3 7</small>	<small>3 7</small>	2	<small>3 4 6 7</small>	<small>3 7 5 6</small>	9



# Lukitut luvut I

- Täytetty ristikko näyttää nyt seuraavalta.

4	$\begin{matrix} 2 & 3 \\ 6 & 8 \\ 8 & 9 \end{matrix}$	$\begin{matrix} 3 \\ 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{matrix}$	$\begin{matrix} 3 \\ 7 \end{matrix}$	$\begin{matrix} 3 \\ 6 \\ 7 \end{matrix}$	5	$\begin{matrix} 2 & 3 \\ 7 & 8 & 9 \end{matrix}$	$\begin{matrix} 2 & 3 \\ 7 & 8 & 9 \end{matrix}$	1	
$\begin{matrix} 2 \\ 7 \end{matrix}$	$\begin{matrix} 1 & 2 & 3 \\ 8 \end{matrix}$	$\begin{matrix} 1 & 3 \\ 7 & 8 \end{matrix}$	4	$\begin{matrix} 3 \\ 7 \end{matrix}$	9	5	$\begin{matrix} 2 & 3 \\ 7 & 8 \end{matrix}$	6	
$\begin{matrix} 6 \\ 7 \end{matrix}$	5	$\begin{matrix} 3 \\ 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{matrix}$	2	1	8	$\begin{matrix} 3 \\ 7 & 9 \end{matrix}$	$\begin{matrix} 3 \\ 7 & 9 \end{matrix}$	4	
3	$\begin{matrix} 6 \\ 8 \end{matrix}$	$\begin{matrix} 5 & 6 \\ 8 \end{matrix}$	9	2	7	1	4	$\begin{matrix} 8 \end{matrix}$	
1	$\begin{matrix} 2 \\ 4 \\ 8 & 9 \end{matrix}$	$\begin{matrix} 4 \\ 8 & 9 \end{matrix}$	6	5	3	$\begin{matrix} 2 \\ 8 & 9 \end{matrix}$	$\begin{matrix} 2 \\ 8 & 9 \end{matrix}$	7	
$\begin{matrix} 2 \\ 6 \end{matrix}$	7	$\begin{matrix} 6 \\ 9 \end{matrix}$	8	4	1	$\begin{matrix} 2 \\ 5 & 6 \\ 9 \end{matrix}$	$\begin{matrix} 2 \\ 5 & 6 \\ 9 \end{matrix}$	3	
$\begin{matrix} 5 \\ 7 \end{matrix}$	$\begin{matrix} 4 \\ 3 \end{matrix}$	$\begin{matrix} 4 & 5 \\ 7 \end{matrix}$	$\begin{matrix} 5 \\ 7 \end{matrix}$	$\begin{matrix} 3 \\ 9 \\ 6 \end{matrix}$	9	6	$\begin{matrix} 4 \\ 7 & 8 \end{matrix}$	1	2
9	$\begin{matrix} 3 \\ 6 \end{matrix}$	2	1	8	4	$\begin{matrix} 3 \\ 7 & 6 \end{matrix}$	$\begin{matrix} 3 \\ 5 & 6 \\ 7 \end{matrix}$	5	
8	$\begin{matrix} 1 & 3 \\ 4 & 6 \end{matrix}$	$\begin{matrix} 1 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 \end{matrix}$	$\begin{matrix} 5 \\ 7 \end{matrix}$	$\begin{matrix} 3 \\ 7 \end{matrix}$	2	$\begin{matrix} 3 \\ 4 & 6 \\ 7 \end{matrix}$	$\begin{matrix} 3 \\ 5 & 6 \\ 7 \end{matrix}$	9	

# Pelkkä pari

- Jos samassa 3X3-ryhmässä tai vaaka- tai pystyrivillä kahdessa solussa esiintyy tismalleen sama pari, voidaan nämä luvut poistaa muista saman ryhmän tai rivin soluista.
- Esimerkiksi, vihreällä korostettu pari (3,7) esiintyy samassa soluryhmässä kahdessa solussa, joten saman soluryhmän muista soluista voidaan poistaa luvut 3 ja 7.
- Jos pari oli esiintynyt saman rivin kahdessa solussa, olisi pari poistettu muista saman rivin soluista.

4	$\begin{matrix} 2 & 3 \\ 6 & 8 \\ 8 & 9 \end{matrix}$	$\begin{matrix} 3 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{matrix}$	$\begin{matrix} 3 \\ 7 \end{matrix}$	$\begin{matrix} 3 & 6 \\ 7 \end{matrix}$	5	$\begin{matrix} 2 & 3 \\ 7 & 8 & 9 \end{matrix}$	$\begin{matrix} 2 & 3 \\ 7 & 8 & 9 \end{matrix}$	1
$\begin{matrix} 2 \\ 7 \end{matrix}$	$\begin{matrix} 1 & 2 & 3 \\ 8 \end{matrix}$	$\begin{matrix} 1 & 3 \\ 7 & 8 \end{matrix}$	4	$\begin{matrix} 3 \\ 7 \end{matrix}$	9	5	$\begin{matrix} 2 & 3 \\ 7 & 8 \end{matrix}$	6
$\begin{matrix} 7 & 6 \\ 7 \end{matrix}$	5	$\begin{matrix} 3 & 6 \\ 7 & 9 \end{matrix}$	2	1	8	$\begin{matrix} 3 \\ 7 & 9 \end{matrix}$	$\begin{matrix} 3 \\ 7 & 9 \end{matrix}$	4
3	$\begin{matrix} 6 \\ 8 \end{matrix}$	$\begin{matrix} 5 & 6 \\ 8 \end{matrix}$	9	2	7	1	4	$\begin{matrix} 5 \\ 8 \end{matrix}$
1	$\begin{matrix} 2 \\ 4 & 8 & 9 \end{matrix}$	$\begin{matrix} 4 & 8 & 9 \end{matrix}$	6	5	3	$\begin{matrix} 2 \\ 8 & 9 \end{matrix}$	$\begin{matrix} 2 \\ 8 & 9 \end{matrix}$	7
$\begin{matrix} 2 & 6 \\ 7 \end{matrix}$	7	$\begin{matrix} 6 & 9 \end{matrix}$	8	4	1	$\begin{matrix} 2 & 6 \\ 9 \end{matrix}$	$\begin{matrix} 2 & 5 & 6 \\ 9 \end{matrix}$	3
$\begin{matrix} 5 \\ 7 \end{matrix}$	$\begin{matrix} 4 & 3 \\ 7 \end{matrix}$	$\begin{matrix} 4 & 5 & 3 \\ 7 \end{matrix}$	$\begin{matrix} 5 & 3 \\ 7 \end{matrix}$	9	6	$\begin{matrix} 4 & 3 \\ 7 & 8 \end{matrix}$	1	2
9	$\begin{matrix} 3 & 6 \\ 7 \end{matrix}$	2	1	8	4	$\begin{matrix} 3 & 6 \\ 7 \end{matrix}$	$\begin{matrix} 3 & 5 & 6 \\ 7 \end{matrix}$	5
8	$\begin{matrix} 1 & 3 \\ 4 & 6 \end{matrix}$	$\begin{matrix} 1 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 \end{matrix}$	$\begin{matrix} 5 & 3 \\ 7 \end{matrix}$	$\begin{matrix} 3 \\ 7 \end{matrix}$	2	$\begin{matrix} 3 & 6 \\ 7 \end{matrix}$	$\begin{matrix} 3 & 5 & 6 \\ 7 \end{matrix}$	9

# Pelkkä pari

- Täytetty ristikko näyttää nyt seuraavalta.

4	$\begin{matrix} 2 & 3 \\ 6 \\ 8 & 9 \end{matrix}$	$\begin{matrix} 3 \\ 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{matrix}$	$\begin{matrix} 3 \\ 7 \end{matrix}$	6	5	$\begin{matrix} 2 & 3 \\ 7 & 8 & 9 \end{matrix}$	$\begin{matrix} 2 & 3 \\ 7 & 8 & 9 \end{matrix}$	1
$\begin{matrix} 2 \\ 7 \end{matrix}$	$\begin{matrix} 1 & 2 & 3 \\ 8 \end{matrix}$	$\begin{matrix} 1 & 3 \\ 7 & 8 \end{matrix}$	4	$\begin{matrix} 3 \\ 7 \end{matrix}$	9	5	$\begin{matrix} 2 & 3 \\ 7 & 8 \end{matrix}$	6
$\begin{matrix} 6 \\ 7 \end{matrix}$	5	$\begin{matrix} 3 \\ 6 \\ 7 & 9 \end{matrix}$	2	1	8	$\begin{matrix} 3 \\ 7 & 9 \end{matrix}$	$\begin{matrix} 3 \\ 7 & 9 \end{matrix}$	4
3	$\begin{matrix} 6 \\ 8 \end{matrix}$	$\begin{matrix} 5 & 6 \\ 8 \end{matrix}$	9	2	7	1	4	$\begin{matrix} 5 \\ 8 \end{matrix}$
1	$\begin{matrix} 2 \\ 4 \\ 8 & 9 \end{matrix}$	$\begin{matrix} 4 \\ 8 & 9 \end{matrix}$	6	5	3	$\begin{matrix} 2 \\ 8 & 9 \end{matrix}$	$\begin{matrix} 2 \\ 8 & 9 \end{matrix}$	7
$\begin{matrix} 2 \\ 6 \end{matrix}$	7	$\begin{matrix} 6 \\ 9 \end{matrix}$	8	4	1	$\begin{matrix} 2 \\ 6 \\ 9 \end{matrix}$	$\begin{matrix} 2 \\ 5 & 6 \\ 9 \end{matrix}$	3
$\begin{matrix} 5 \\ 7 \end{matrix}$	$\begin{matrix} 4 \\ 3 \end{matrix}$	$\begin{matrix} 4 & 5 \\ 7 \end{matrix}$	$\begin{matrix} 5 \\ 7 \end{matrix}$	9	6	$\begin{matrix} 4 \\ 7 & 8 \end{matrix}$	1	2
9	$\begin{matrix} 3 \\ 6 \end{matrix}$	2	1	8	4	$\begin{matrix} 3 \\ 7 & 6 \end{matrix}$	$\begin{matrix} 3 \\ 5 & 6 \\ 7 \end{matrix}$	5
8	$\begin{matrix} 1 & 3 \\ 4 & 6 \end{matrix}$	$\begin{matrix} 1 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 \end{matrix}$	$\begin{matrix} 5 \\ 7 \end{matrix}$	$\begin{matrix} 3 \\ 7 \end{matrix}$	2	$\begin{matrix} 3 \\ 4 & 6 \\ 7 \end{matrix}$	$\begin{matrix} 3 \\ 5 & 6 \\ 7 \end{matrix}$	9

# Lukitut luvut II

- Toisinaan sattuu niin, tietyllä pystytai vaakarivillä jokin numero voi sijaita vain tietyssä 3X3-ryhmässä. Tällöin luvun täytyy sijaita kyseisellä rivillä, ja luku voidaan poistaa muista saman 3X3-ryhmän soluista.
- Esimerkiksi luku 7 voi esiintyä samalla vaakarivillä vain vihreällä merkityissä soluissa. Siten luku 7 voidaan poistaa muista saman 3X3-ryhmän soluista.

4	$\begin{matrix} 2 & 3 \\ 8 & 9 \end{matrix}$	$\begin{matrix} 3 \\ 8 \end{matrix}$	7	6	5	$\begin{matrix} 2 & 3 \\ 8 & 9 \end{matrix}$	$\begin{matrix} 2 & 3 \\ 8 & 9 \end{matrix}$	1
7	$\begin{matrix} 1 & 2 \\ 8 \end{matrix}$	$\begin{matrix} 1 \\ 8 \end{matrix}$	4	3	9	5	$\begin{matrix} 2 \\ 8 \end{matrix}$	6
6	5	$\begin{matrix} 3 \\ 6 \end{matrix}$	2	1	8	$\begin{matrix} 3 \\ 7 & 9 \end{matrix}$	$\begin{matrix} 3 \\ 7 & 9 \end{matrix}$	4
3	6	5	9	2	7	1	4	8
1	$\begin{matrix} 4 \\ 8 \end{matrix}$	$\begin{matrix} 4 \\ 8 \end{matrix}$	6	5	3	$\begin{matrix} 2 \\ 9 \end{matrix}$	$\begin{matrix} 2 \\ 9 \end{matrix}$	7
2	7	9	8	4	1	6	5	3
5	4	$\begin{matrix} 4 \\ 7 \end{matrix}$	3	9	6	$\begin{matrix} 4 \\ 7 & 8 \end{matrix}$	1	2
9	$\begin{matrix} 3 \\ 4 \end{matrix}$	2	1	8	4	$\begin{matrix} 3 \\ 7 \end{matrix}$	$\begin{matrix} 3 \\ 7 \end{matrix}$	5
8	$\begin{matrix} 1 & 3 \\ 4 & 7 \end{matrix}$	$\begin{matrix} 1 & 3 \\ 4 & 6 \end{matrix}$	5	$\begin{matrix} 7 \\ 4 \end{matrix}$	2	$\begin{matrix} 3 \\ 4 & 7 \end{matrix}$	$\begin{matrix} 3 \\ 7 & 6 \end{matrix}$	9

# Lukitut luvut II

- Täytetty ristikko näyttää nyt seuraavalta.

4	$\frac{2}{8} \frac{3}{9}$	$\frac{3}{8}$	7	6	5	$\frac{2}{8} \frac{3}{9}$	$\frac{2}{8} \frac{3}{9}$	1
7	$\frac{1}{8} \frac{2}{8}$	$\frac{1}{8}$	4	3	9	5	$\frac{2}{8}$	6
6	5	$\frac{3}{6}$	2	1	8	$\frac{3}{7} \frac{9}{9}$	$\frac{3}{7} \frac{9}{9}$	4
3	6	5	9	2	7	1	4	8
1	$\frac{4}{8}$	$\frac{4}{8}$	6	5	3	$\frac{2}{9}$	$\frac{2}{9}$	7
2	7	9	8	4	1	6	5	3
5	$\frac{4}{7}$	$\frac{4}{7}$	3	9	6	$\frac{4}{7} \frac{8}{8}$	1	2
9	$\frac{3}{7}$	2	1	8	4	$\frac{3}{7}$	$\frac{3}{7} \frac{6}{6}$	5
8	$\frac{1}{4} \frac{3}{4}$	$\frac{1}{4} \frac{3}{6}$	5	$\frac{7}{7}$	2	$\frac{4}{4} \frac{3}{6}$	$\frac{3}{6}$	9

# Tiivistelmä

- Kirjoita kuhunkin soluun kaikki siinä mahdollisesti esiintyvät luvut. Poista orvot ja piilo-orvot.
- Tarkastele kutakin vaaka- ja pystyriviä sekä 3X3-ryhmää, ja poista mahdottomat luvut käyttäen lukittujen lukujen ja pelkkien parien sääntöjä.

# Vaikeiden ristikoiden ratkonta

# Vaikeat ristikot

- Vaikeiden ristikoiden ratkomiseen eivät välttämättä edellä esitetyt menetelmät riitä.
- Seuraavaksi esitelläänkin muutamia edistyneempiä menetelmiä, joiden avulla vaikeatkin ristikot voidaan liki pitäen aina ratkaista.
- Esiteltävät menetelmät laajentavat keskivaikeiden ristikoiden ratkointaan tarkoitettuja menetelmiä, ja perustuvat samalle idealle. Jatkossa siis oletetaan, että kukin solu on täytetty siihen mahdollisesti sopivilla numeroilla.

4 8	9	1 4 5 8	7	1	6	1 2 3 5 8 8	1 2 5 8 8	1 2 3 5 8 8
3	7	2	8	5	9	1 9	6	4
4 6 7 8	4 5 6 7	1 4 5 6 7 8	1 4 9	3	4 2 9	1 5 8 9 7 8	1 2 5 8 7 8	1 5 7 8 9
5	1	9	2	7 8 6 7 8	4 7 8	4 2 3 8 6 4 8	4 8	2 8
2 4 6 7 8	2 3 4 6 7	4 3 4 6 7 8	4 5 3 9	6 7 8 9	4 7 8 9	1 2 3 4 5 6 8	1 4 5 8	1 2 3 5 8 8
4 6 8	4 3 4 6 8	4 3 4 6 8	4 5 3 8	6 8	1	7	9	2
4 6 7 9	4 5 6 7	4 5 6 7	1 9	2	7 8 9	1 4 5 8 9	1 4 5 7 8	1 5 7 8 9
1	8	7 5 7	9	4	3	2	7 5 7	6
4 2 7 9	4 2 7	4 7	6	1 7 8 9	5	1 4 8 9	3	1 7 8 9



# Piiloparit

- Jos samassa 3X3-ryhmässä tismalleen kahdessa solussa esiintyy sama pari, eikä pariin kuuluvia numeroita esiinny muissa ryhmän soluissa, voidaan muut kuin parin muodostavat luvut poistaa mainituista soluista.
- Esimerkiksi vihreällä korostetuissa soluissa esiintyy pari (7,8), eivätkä luvut 7 ja 8 esiinny saman 3X3-ryhmän muissa soluissa. Siten, vasemmanpuoleisesta solusta voidaan poistaa luvut 1 ja 9 turvallisesti.
- Tässä tosin samaan tulokseen olisi päästy ensin poistamalla orpo numero 9.

4 8	9	1 4 5 8	7	1	6	1 2 3 5 8	1 2 5 8	1 2 3 5 8
3	7	2	8	5	9	1 9	6	4
4 6 7 8	4 5 6 7	1 4 5 6 7 8	1 4 9	3	4 2 9	1 5 8 9	1 2 5 8	1 5 7 8 9
5	1	9	2	7 8 6 7 8	4 7 8	4 2 3 8 6 4 8	4 8	2 8
2 4 6 7 8	2 3 4 6 7	4 3 4 6 7 8	4 5 3 9	7 8 6 7 8 9	4 7 8 9	1 2 3 4 5 6 8	1 4 5 8	1 5 3 8
4 6 8	4 3 6	4 3 6	4 5 3 8	6	1	7	9	2
4 6 7 9	4 5 6 7	4 5 6 7	1 9	2	7 8	1 4 5 8 9	1 4 5 7 8	1 5 7 8 9
1	8	7 5 7	9	4	3	2	7 5 7	6
2 4 7 9	2 4 7	4	6	1 7 8 9	5	1 4 8 9	3	1 7 8 9

# Piiloparit

- Täytetty ristikko näyttää nyt seuraavalta.

$\begin{matrix} 4 \\ 8 \end{matrix}$	9	$\begin{matrix} 1 \\ 4 \\ 5 \\ 8 \end{matrix}$	7	1	6	$\begin{matrix} 1 \\ 5 \\ 8 \\ 9 \end{matrix}$	$\begin{matrix} 1 \\ 2 \\ 5 \\ 8 \end{matrix}$	$\begin{matrix} 1 \\ 5 \\ 8 \\ 9 \end{matrix}$
3	7	2	8	5	9	1	6	4
$\begin{matrix} 4 \\ 6 \\ 7 \\ 8 \end{matrix}$	$\begin{matrix} 4 \\ 5 \\ 6 \\ 7 \end{matrix}$	$\begin{matrix} 1 \\ 4 \\ 5 \\ 6 \\ 7 \\ 8 \end{matrix}$	$\begin{matrix} 1 \\ 4 \\ 9 \end{matrix}$	3	$\begin{matrix} 4 \\ 9 \end{matrix}$	$\begin{matrix} 1 \\ 5 \\ 8 \\ 9 \end{matrix}$	$\begin{matrix} 1 \\ 2 \\ 5 \\ 7 \\ 8 \end{matrix}$	$\begin{matrix} 1 \\ 5 \\ 7 \\ 8 \\ 9 \end{matrix}$
5	1	9	2	$\begin{matrix} 7 \\ 8 \\ 6 \end{matrix}$	$\begin{matrix} 4 \\ 7 \\ 8 \end{matrix}$	$\begin{matrix} 4 \\ 8 \\ 6 \\ 8 \end{matrix}$	4	3
$\begin{matrix} 4 \\ 6 \\ 7 \\ 8 \end{matrix}$	$\begin{matrix} 2 \\ 3 \\ 4 \\ 6 \\ 7 \end{matrix}$	$\begin{matrix} 4 \\ 5 \\ 6 \\ 7 \\ 8 \end{matrix}$	$\begin{matrix} 4 \\ 5 \\ 9 \end{matrix}$	$\begin{matrix} 6 \\ 7 \\ 8 \\ 9 \end{matrix}$	$\begin{matrix} 4 \\ 7 \\ 8 \\ 9 \end{matrix}$	$\begin{matrix} 1 \\ 4 \\ 5 \\ 6 \\ 8 \\ 9 \end{matrix}$	$\begin{matrix} 1 \\ 4 \\ 5 \\ 8 \end{matrix}$	$\begin{matrix} 1 \\ 5 \\ 8 \\ 9 \end{matrix}$
$\begin{matrix} 4 \\ 6 \\ 8 \end{matrix}$	$\begin{matrix} 4 \\ 6 \\ 8 \end{matrix}$	$\begin{matrix} 4 \\ 6 \\ 8 \end{matrix}$	$\begin{matrix} 4 \\ 5 \\ 9 \end{matrix}$	$\begin{matrix} 6 \\ 8 \end{matrix}$	1	7	9	2
$\begin{matrix} 4 \\ 6 \\ 7 \\ 9 \end{matrix}$	$\begin{matrix} 4 \\ 5 \\ 6 \\ 7 \\ 9 \end{matrix}$	$\begin{matrix} 4 \\ 5 \\ 6 \\ 7 \\ 9 \end{matrix}$	1	2	$\begin{matrix} 7 \\ 8 \end{matrix}$	$\begin{matrix} 1 \\ 4 \\ 5 \\ 8 \\ 9 \end{matrix}$	$\begin{matrix} 1 \\ 4 \\ 5 \\ 7 \\ 8 \end{matrix}$	$\begin{matrix} 1 \\ 5 \\ 7 \\ 8 \\ 9 \end{matrix}$
1	8	$\begin{matrix} 7 \\ 5 \end{matrix}$	9	4	3	2	$\begin{matrix} 7 \\ 5 \end{matrix}$	6
$\begin{matrix} 4 \\ 7 \\ 9 \end{matrix}$	$\begin{matrix} 4 \\ 7 \\ 9 \end{matrix}$	$\begin{matrix} 4 \\ 7 \\ 9 \end{matrix}$	6	$\begin{matrix} 7 \\ 8 \end{matrix}$	5	$\begin{matrix} 1 \\ 4 \\ 8 \\ 9 \end{matrix}$	3	$\begin{matrix} 1 \\ 7 \\ 8 \\ 9 \end{matrix}$

# Pelkkä kolmikko

- Pelkkien parien sääntö voidaan laajentaa koskemaan myös kolmikoita. Tällöin etsitään kolmea solua, joissa esiintyvät samat kolme lukua.
- Jos samassa 3X3-ryhmän tai rivin kolmessa solussa ei esiinny muita kuin kolmikkoon kuuluvia lukuja, voidaan kolmikun muodostavat luvut poistaa muista 3X3-ryhmän tai rivin soluista. Jokaisessa kolmikun solussa ei itseasiassa tarvitse edes välttämättä esiintyä jokaista kolmikun numeroa.
- Esimerkiksi, vihreällä merkityt solut muodostavat kolmikun (4,7,9), ja nämä luvut voidaan poistaa sinisellä merkityistä soluista.

4 8	9	4 5 8	7	1	6	5 3 8	2 5 8	5 3 8
3	7	2	8	5	9	1	6	4
6 8	5 6	1 5 6 8	4	3	2	5 8 9	5 7 8	5 7 8 9
5	1	9	2	7 8 6	4 7 8	4 3 8 6	4 8	3 8
2 4 6 7 8	2 3 4 6	4 3 7 8	5 3	7 8 9	4 7 8	4 5 3 8	1 4 5 8	1 5 3 8
4 6 8	4 3 6	4 3 6	5 3	8 6	1	7	9	2
4 7 9	4 5 6 7	4 5 6 7	1	2	7 8	4 5 3 8 9	4 5 7 8	5 7 8 9
1	8	5 7	9	4	3	2	5 7	6
4 7 9	4 2 7	4 7	6	7 8	5	4 8 9	3	1 7 8 9

# Pelkkä kolmikko

- Täytetty ristikko näyttää nyt seuraavalta.

4 8	9	4 5 8	7	1	6	5 3 8	2 5 8	5 3 8
3	7	2	8	5	9	1	6	4
6 8	5 6	1 5 6 8	4	3	2	5 8 9	5 7 8	5 7 8 9
5	1	9	2	7 8 6	4 7 8	4 3 8 6	4 8	3 8
2 4 6 7 8	2 3 4 6	4 3 7 8	5 3	7 8 9	4 7 8	4 5 3 8 6	1 4 5 8	1 5 3 8
4 6 8	4 3 6	4 3 6	5 3	6	1	7	9	2
4 7 9	3 5 6	4 3 5 6	1	2	7 8	4 5 8 9	4 5 7 8	5 7 8 9
1	8	5	9	4	3	2	5 7	6
4 7 9	2	4 7	6	7 8	5	4 8 9	3	1 7 8 9

# Pelkkä nelikko

- Pelkkä kolmikoiden sääntö voidaan laajentaa koskemaan myös nelikoita. Tällöin etsitään neljää solua, joissa esiintyvät samat neljä lukua.
- Jos samassa 3X3-ryhmän tai rivin neljässä solussa ei esiinny muita kuin nelikkoon kuuluvia lukuja, voidaan nelikon muodostavat luvut poistaa muista 3X3-ryhmän tai rivin soluista. Jokaisessa nelikon solussa ei itseasiassa tarvitse edes välttämättä esiintyä jokaista nelikon numeroa.
- Esimerkiksi, vihreällä merkityt solut muodostavat nelikon (4,5,8,9), ja nämä luvut voidaan poistaa sinisellä merkityistä soluista.

4 8	9	4 5 8	7	1	6	5 3 8	2 5 8	5 3 8
3	7	2	8	5	9	1	6	4
6 8	5 6	1 5 6 8	4	3	2	5 8 9	5 7 8	5 7 8 9
5	1	9	2	7 8 6 7 8	4 7 8	4 3 8 6 4 8	4 8	3 8
2 4 6 7 8	2 3 4 6	4 3 7 8	5 3	7 8 6 7 8 9	4 7 8	4 5 3 8	1 4 5 8	1 5 3 8
4 6 8	4 3 6	4 3 6	5 3	8 6 8	1	7	9	2
4 7 9	3 5 6	3 5 6	1	2	7 8	4 5 8 9	4 5 8	5 8 9
1	8	5	9	4	3	2	5 7	6
4 7 9	2	4 7	6	7 8	5	4 5 8 9	3	1 7

# Pelkkä nelikko

- Täytetty ristikko näyttää nyt seuraavalta.

4 8	9	4 5 8	7	1	6	5 3 8	2 5 8	5 3 8
3	7	2	8	5	9	1	6	4
6 8	5 6	1 5 6 8	4	3	2	5 8 9	5 7 8	5 7 8 9
5	1	9	2	7 8 6 7 8	4 7 8	4 3 4 6 8	4 8	3 8
2 4 6 7 8	2 3 4 6	4 3 4 6 7 8	5 3	6 7 8 9	4 7 8	4 5 3 4 8	1 4 5 4 8	1 5 3 8
4 6 8	4 3 4 6	4 3 4 6 8	5 3	6 8	1	7	9	2
4 7 9	3 5 6	3 5 6	1	2	7 8	4 5 8 9	4 5 8	5 8 9
1	8	5	9	4	3	2	5	6
4 7 9	2	4 7	6	7 8	5	4 5 8 9	3	1 7

# Tiivistelmä

- Edellä esitetyt piiloparit sekä alastomat kolmikot ja nelikot ovat aiempia yhdistelmiä vaikeampia havaita ja siten myöskin käyttää. Niitä kuitenkin tarvitaan vaikeimpien ristikoiden ratkomiseen.
- Kannattanee aluksi etsiä piiloparit, ja sen jälkeen kiinnittää huomiota kolmikoihin ja nelikoihin.

# Kiitokset

- Kaikki tämän esityksen kuvat on laadittu ohjelmalla Simple Sudoku, jonka on valmistanut Angus Jonson. Ohjelma on imuroitavissa osoitteesta <http://www.angusj.com/sudoku>. Ohjelman mukana tulleista seikkaperäisistä ratkaisuoohjeista oli suuri hyöty tätä ohjetta kirjoitettaessa.
- Myös Hanne D. McBriden kirjasta Løs og lær SUDOKU (Arneberg Furlag, 2005) on ollut hyötyä tätä ohjetta laadittaessa.